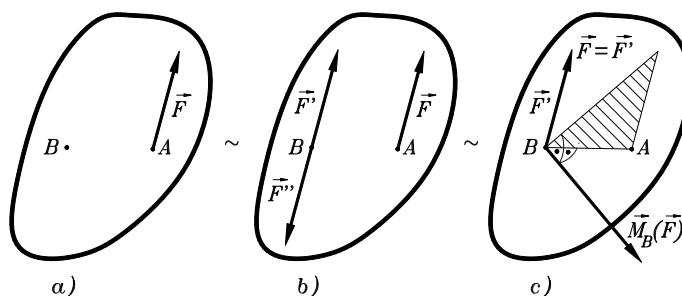


## Osnovne teoreme Statike

### Teorema o paralelnom prenošenju sile

*Teorema:* Dejstvo sile na telo neće se promeniti pri njenom paralelnom prenošenju u drugu tačku tela ako joj se doda jedan spreg sile čiji je moment jednak momentu sile koja se prenosi za tačku u koju se ta sila prenosi.



*Dokaz:* Posmatra se sila  $\vec{F}$  koja deluje u tački A tela. Neka je sa B označena tačka van napadne linije sile  $\vec{F}$  u koju treba preneti tu silu. U tom cilju se u tački B dodaje uravnotežen sistem sile  $(\vec{F}', \vec{F}'')$ , takav da je

$$\vec{F} = \vec{F}' = -\vec{F}'', \quad F = F' = F''$$

$$\vec{F} \sim (\vec{F}, \vec{F}', \vec{F}'')$$

$$\vec{F} \sim (\vec{F}', (\vec{F}, \vec{F}''))$$

Ako se moment sprega sile  $(\vec{F}, \vec{F}'')$  označi sa  $\vec{M}_B(\vec{F})$ , tj.

$$\vec{M}_B(\vec{F}) = \vec{M}(\vec{F}, \vec{F}'') = \vec{BA} \times \vec{F}$$

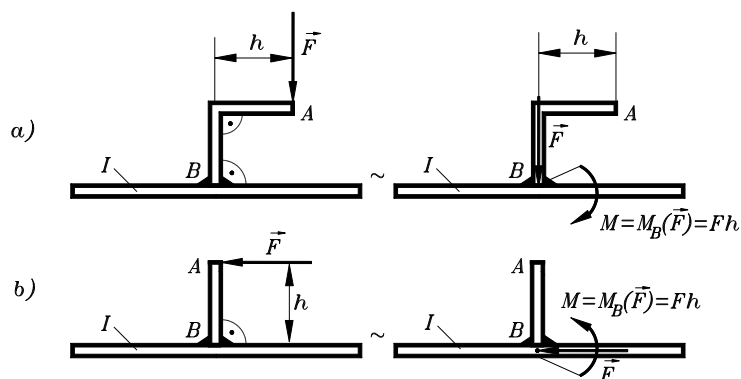
sledi

$$\vec{F} \sim (\vec{F}; \vec{M}_B(\vec{F})).$$

Ovaj postupak se u literaturi naziva redukcija sile na tačku. Tačka u koju se sila paralelno prenosi naziva se pol (centar) redukcije ili redukciona tačka.

a) Poprečna ekscentrična sila.

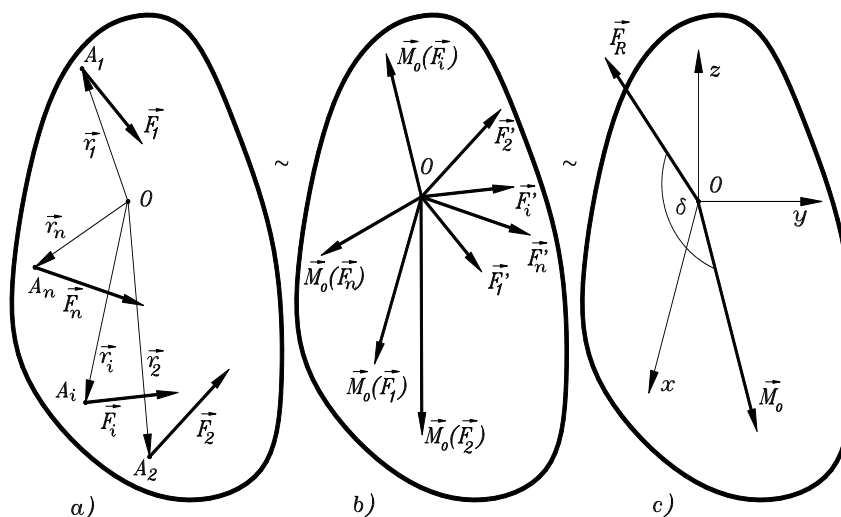
b) Podužna ekscentrična sila.



## Osnovna teorema Statike

**Teorema:** Dejstvo proizvoljnog sistema sila na telo može se zameniti jednom silom, koja je jednaka glavnom vektoru sistema sila, čija napadna linija prolazi kroz proizvoljno izabranu redukcionu tačku tela i jednim spregom sila čiji je moment jednak glavnom momentu datog sistema sila u odnosu na istu redukcionu tačku.

**Dokaz:** Posmatra se proizvoljan prostorni sistem od  $n$  sila  $(\vec{F}_1, \vec{F}_2, \dots, \vec{F}_i, \dots, \vec{F}_n)$  koji deluje u tačkama  $A_1, A_2, \dots, A_i, \dots, A_n$  tela, čiji su položaji određeni vektorima položaja  $\vec{r}_1, \vec{r}_2, \dots, \vec{r}_i, \dots, \vec{r}_n$  u odnosu na proizvoljno izabrani centar redukcije  $O$ .



$$(\vec{F}_1, \vec{F}_2, \dots, \vec{F}_n) \sim (\vec{F}'_1, \vec{F}'_2, \dots, \vec{F}'_n; \vec{M}_o(\vec{F}_1), \vec{M}_o(\vec{F}_2), \dots, \vec{M}_o(\vec{F}_n))$$

$$\vec{F}_i = \vec{F}'_i, \quad F_i = F'_i$$

$$\vec{M}_o(\vec{F}_i) = \vec{r}_i \times \vec{F}_i$$

$$(\vec{F}'_1, \vec{F}'_2, \dots, \vec{F}'_n) \sim \vec{F}_R, \quad (\vec{M}_o(\vec{F}_1), \vec{M}_o(\vec{F}_2), \dots, \vec{M}_o(\vec{F}_n)) \sim \vec{M}_o$$

$$\vec{F}_R = \sum_{i=1}^n \vec{F}_i, \quad \vec{M}_o = \sum_{i=1}^n \vec{M}_o(\vec{F}_i).$$

$$(\vec{F}_1, \vec{F}_2, \dots, \vec{F}_n) \sim (\vec{F}_R; \vec{M}_o)$$

- glavni vektor datog sistema sila ne zavisi od izbora redukcionne tačke,
- glavni moment datog sistema sila zavisi od izbora redukcionne tačke.

Za razmatranja koja slede bitan je i ugao između vektora  $\vec{F}_R$  i  $\vec{M}_o$ .

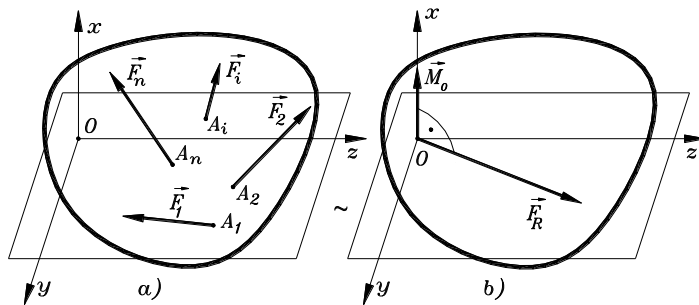
$$\vec{F}_R \cdot \vec{M}_o = F_R M_o \cos \delta$$

$$\vec{F}_R \cdot \vec{M}_o = X_R M_{ox} + Y_R M_{oy} + Z_R M_{oz}$$

$$\cos \delta = \frac{X_R}{F_R} \frac{M_{ox}}{M_o} + \frac{Y_R}{F_R} \frac{M_{oy}}{M_o} + \frac{Z_R}{F_R} \frac{M_{oz}}{M_o}$$

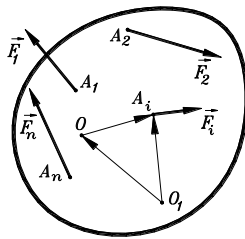
U slučaju kada na telo deluje proizvoljan ravan sistem sila, npr. u koordinatnoj ravni  $Oyz$ , moguće je formulisati specijalni oblik osnovne teoreme Statike koji se često primenjuje u konkretnim zadacima: *Dejstvo proizvoljnog ravnog sistema sila na telo može se zameniti jednom silom koja je jednaka glavnom vektoru datog sistema sila sa napadnom tačkom u redukcionoj tački tela, a napadnom linijom u ravni dejstva sila i jednim spregom sila čiji moment ima projekciju samo na osu koja prolazi kroz redukcionu tačku, a koja je upravna na ravan dejstva svih sila, pri čemu je ta projekcija jednaka projekciji glavnog momenta datog sistema sila na tu osu.*

$$(\vec{F}_1, \vec{F}_2, \dots, \vec{F}_n) \sim (\vec{F}_R; M_{ox} \vec{i}).$$

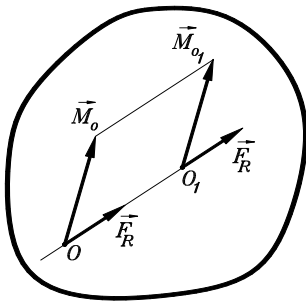


## Svođenje sistema sila na prostiji oblik

### Promena glavnog momenta pri promeni redukcione tačke



$$\begin{aligned}\vec{M}_o &= \sum_{i=1}^n \vec{M}_o(\vec{F}_i) = \sum_{i=1}^n \overrightarrow{OA_i} \times \vec{F}_i \\ \vec{M}_{o_1} &= \sum_{i=1}^n \vec{M}_{o_1}(\vec{F}_i) = \sum_{i=1}^n \overrightarrow{O_1A_i} \times \vec{F}_i \\ \overrightarrow{O_1A_i} &= \overrightarrow{O_1O} + \overrightarrow{OA_i} \\ \vec{M}_{o_1} &= \sum_{i=1}^n \overrightarrow{O_1O} \times \vec{F}_i + \sum_{i=1}^n \overrightarrow{OA_i} \times \vec{F}_i\end{aligned}$$



$$\begin{aligned}\sum_{i=1}^n \overrightarrow{O_1O} \times \vec{F}_i &= \overrightarrow{O_1O} \times \vec{F}_R \\ \vec{M}_{o_1} &= \vec{M}_o + \overrightarrow{O_1O} \times \vec{F}_R\end{aligned}$$

Može se zaključiti da se glavni moment neće menjati ako

je:

- $\sum_{i=1}^n \overrightarrow{O_1O} \times \vec{F}_i = 0$ , tj. ako su vektori  $\overrightarrow{O_1O}$  i  $\vec{F}_R$  kolinearni
- $\vec{F}_R = 0$ .